

線分は簡単には撮影できない。非常にややこしいステップを踏む必要がある。
プログラムの流れとして説明していく。

線分 AB を撮影したいとする。
ベクトル $\overrightarrow{E_c A}, \overrightarrow{E_c B}$ を考える。

写り方として、容易に判別できるものから判別していく。

A または B が E_c と一致する場合、AB の像は点となるので、映す必要がない。この場合はここで終了。

$\overrightarrow{E_c A} \cdot \overrightarrow{e_{cz}}, \overrightarrow{E_c B} \cdot \overrightarrow{e_{cz}}$ が共に負なら A, B は共に眼点の後方にあり、線分は絶対に映らない。この場合はここで終了。

$\overrightarrow{E_c A}$ と $\overrightarrow{e_{cz}}$ の成す角、 $\overrightarrow{E_c B}$ と $\overrightarrow{e_{cz}}$ の成す角が共に 60° 以下の時、A, B は共にカメラの視野円錐内にあり、簡単に像を求められる。この場合はここで像を求めて終了。

$$\overrightarrow{NV_1} = \overrightarrow{E_c A} \times \overrightarrow{E_c B}$$

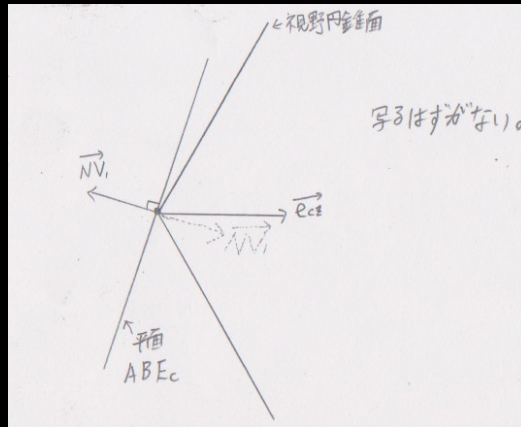
とする。

$\overrightarrow{NV_1}$ は平面 ABE_c の法線ベクトルの一つである。

$\overrightarrow{NV_1} = \vec{0}$ なら 3 点 A, B, E_c は一直線上にあり、AB の像は点となるので、映す必要がない。この場合はここで終了。

$\overrightarrow{NV_1}$ と $\overrightarrow{e_{cz}}$ の成す角を θ_1 とする。

$-\frac{\pi}{3} \leq \theta_1 - \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3}$ が成り立たないとき、AB は絶対に映らない(※下図参照)。この場合はここで終了。



$$\theta_2 = \left| \theta_1 - \frac{\pi}{2} \right|$$

とする。

これは平面 ABE_c と \vec{e}_{cz} の成す角である。

当然だが、

$$0 \leq \theta_2 \leq \frac{\pi}{3}$$

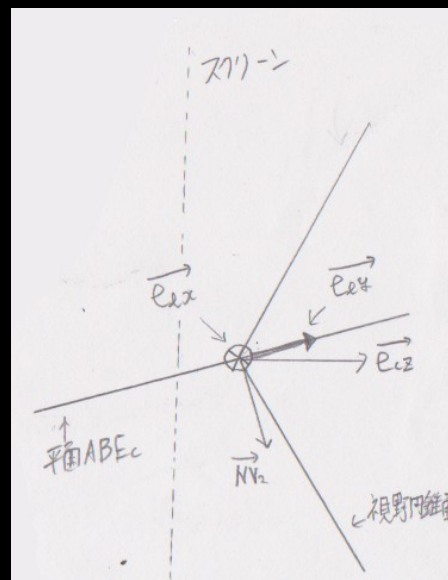
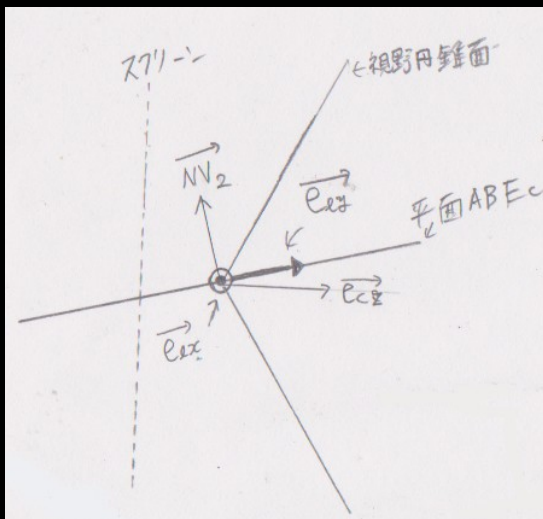
となる。

ここで、先程、平面 ABE_c の法線ベクトルとして \vec{NV}_1 を求めたが、平面の法線ベクトルの向きは 2 種類あるが、このうちどちらになっても以後の処理に差し支えないことが分かっている。

\vec{NV}_1 の大きさを 1 に調節したものを \vec{NV}_2 とする。

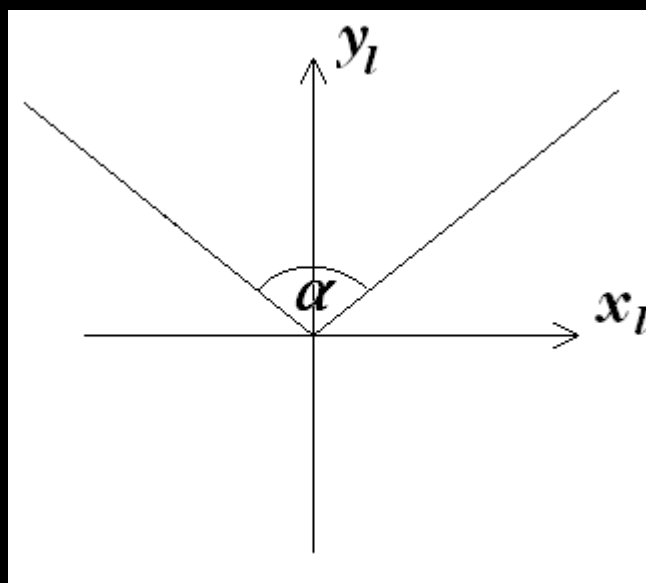
$\vec{e}_{cz} \times \vec{NV}_2$ の大きさを 1 に調節したものを \vec{e}_{lx} とし、 $\vec{e}_{ly} = \vec{NV}_2 \times \vec{e}_{lx}$ とする。

すると、下の左または右の図のようになる。

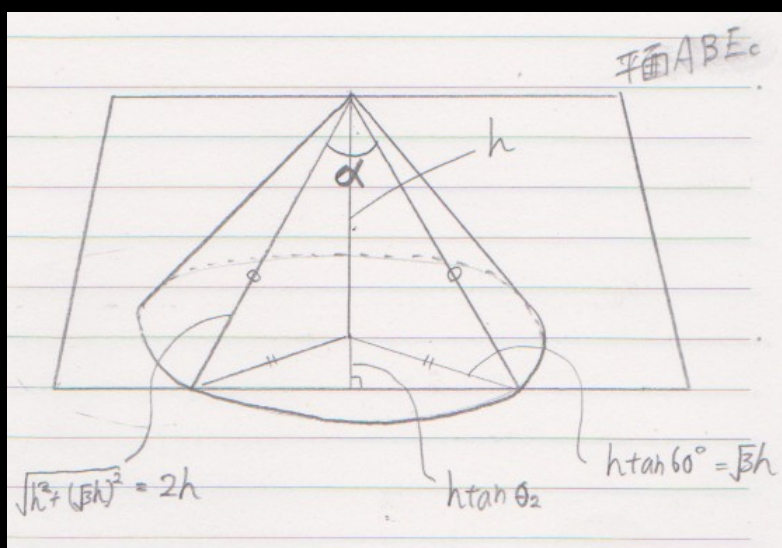


E_c を原点として \vec{e}_{lx} の向きに x_l 軸、 \vec{e}_{ly} の向きに y_l 軸をとると、平面 ABE_c 上に一つの座標系ができる。ただし、**大きさの尺度はグローバル座標系と同じとする。**

この座標平面には下の図のように、カメラの視野円錐面が切り取られてできた 2 本のラインが通っている。



α が分かればこの 2 本の直線の方程式が分かる。

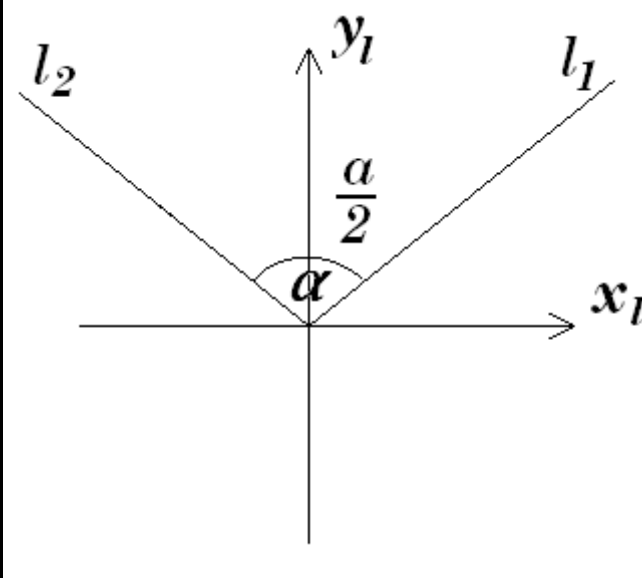


上の図からいろいろと計算すると

$$\cos \alpha = \frac{\tan^2 \theta_2 - 1}{2}$$

という結果が得られる。 $0 \leq \alpha \leq \frac{2\pi}{3}$ だから、逆三角関数を用いて α を求めることができる。
 α を求めたとする。

下の図のように、例の 2 本の直線を l_1, l_2 とすると、



直線の方程式はそれぞれ

$$l_1 : y_l = \frac{1}{\tan \frac{\alpha}{2}} x_l$$

$$l_2 : y_l = -\frac{1}{\tan \frac{\alpha}{2}} x_l$$

となる。

線分 AB とこの 2 本の直線の交点が線分の像を求めるための重要なキーとなる。

この 2 直線及びその上側の領域を Area1 とする。

A, B の x_ly_l 座標系上での座標をそれぞれ (x_{Al}, y_{Al}) , (x_{Bl}, y_{Bl}) とすると、

「[スクリーン上の点のグローバル座標をカメラ座標に変換.pdf](#)」の考え方をを用いると、

$$x_{Al} = \overrightarrow{E_c A} \cdot \overrightarrow{e_{lx}}$$

$$y_{Al} = \overrightarrow{E_c A} \cdot \overrightarrow{e_{ly}}$$

$$x_{Bl} = \overrightarrow{E_c B} \cdot \overrightarrow{e_{lx}}$$

$$y_{Bl} = \overrightarrow{E_c B} \cdot \overrightarrow{e_{ly}}$$

となる。

ここで、これまでの処理を考えると、Area1に入っている点はA,Bのうち多くとも1個である。2個入っている場合はここ以前の処理で扱われているので、今はあり得ない。

ここからしばらく、 x_l, y_l 座標系上で考える。

$$\vec{V} = \overrightarrow{AB}$$

とすると、 t を実数として、直線AB上の点Pは

$$\overrightarrow{E_c P} = \overrightarrow{E_c A} + t\vec{V}$$

と表せる。

PがArea1と共有点を持つような t が0以上1以下の範囲に存在するかどうかを調べ、存在するなら、PがArea1の境界線上に来るような t の値を求めればよい。

ここで場合分けが入る。

(i) 「 $t=0$ のとき P が Area1 内にある \Leftrightarrow A が Area1 内にある」 場合

Aはカメラに写るから、Aのグローバル座標はそのまま使えるので大切にしておく。

線分ABが直線 l_2, l_2 のいずれかと、 $0 \leq t \leq 1$ の範囲で交わりと考えられる。

適当な手段を用いて直線ABと直線 l_2, l_2 が交点をもつかどうか、また、持つならばそのときの t の値を求める。

こうすると、候補となる t の値が最大で2つ現れる。そのうち $0 \leq t \leq 1$ を満たすものがあれば、その t が解である。その t に対応するPのグローバル座標を求め、線分のAPの、スクリーン上の像を求めればよい。

もし $0 \leq t \leq 1$ を満たす t の候補が無い場合、それはコンピュータの計算精度の限界と思われるので、「線分は映らない」ということにし、**ここで終了する。**

(ii) 「 $t=1$ のとき P が Area1 内にある \Leftrightarrow B が Area1 内にある」 場合

(i)と同様にすればよい。

(iii) 「 $t=0,1$ いずれのときも P が Area1 内に無い \Leftrightarrow A,BともにArea1外にある」 場合

今、「線分ABの一部がカメラに写る」 \Leftrightarrow 「線分ABと視野円錐面の交点は2つ」が真

である。

適当な手段を用いて直線 AB と直線 l_2, l_2 が交点をもつかどうか、また、持つならばそのときの t の値を求める。

そうすると、候補となる t の値が 1 or 2 個得られるはず。

1 個しか得られなかった場合、 AB は映らない。その場合はここで終了。

それらの t の中に条件 $0 \leq t \leq 1$ を満たし、かつ、その t に対する P が $Area1$ 内にあるような t が 2 個存在しなければ、 AB は映らない。その場合はここで終了。

こうして得られた 2 つの t が解である。これらに対する P のグローバル座標をそれぞれ求め、その 2 点による線分の、スクリーン上の像を求めればよい。